مکانیک سیالات

فهرست **شماره صفحه**

فصل اول: تعاریف و مقدمات ۱
مقدمه ۱
سیال ۱
خواص گازها ۲
خواص مایعات ۲
مقایسه سیالات و جامدات ۲
لزجت ۲
قانون لزجت نیوتن ۴
لزجت سینماتیک ۴
واحد لزجت ۵
لزجت سنج استوانه ای ۶
انواع سیالات از نظر قانون لزجت ۷
پیوستگی سیال ۷
چگالی ۷
وزن مخصوص ۸
حجم مخصوص ۸
چگالی نسبی ۸
کشش سطحی ۸
مویینگی ۹
ضریب کشسانی حجمی ۹
استاتیک سیالات ۱۰
فشار ۱۰
تغییرات فشار ۱۱
اندازه گیری فشار ۱۴
اصول حرکت سیالات ۱۷

جریانهای آرام و مغشوش ۱۷
جریانهای لزج و غیرلزج ۱۷
جریانهای تراکم پذیر و تراکم ناپذیر ۱۸
جریانهای پایا و ناپایا ۱۸
جریانهای یکنواخت و غیر یکنواخت ۱۸
جریان یک بعدی و چند بعدی ۱۹
جریانهای چرخشی و غیرچرخشی ۱۹
دبی حجمی و دبی جرمی ۱۹
معادله پیوستگی ۲۰
خط جریان یا خط مسیر لوله جریان ۲۳
معادله ممنتوم (اندازه حرکت) یا ناویر ـ استوکس ۲۳
معادله برنولی ۲۳
فصل دوم: جریان سیالات حقیقی ۲۸
آنالیز ابعادی و تشابه ۲۸
نیروهای مهم در مکانیک سیالات ۲۸
اعداد بی بعد ۲۹
نکاتی در رابطه با استفاده از اعداد بدون بعد ۲۹
جریانهای آرام و درهم در داخل لوله ها ۲۹
نحوه حرکت سیال در جریان آرام ۳۰
نحوه حرکت سیال در جریان مغشوش (درهم) ۳۰
جریان در داخل لوله ها ۳۰
ضربه قوچ ۳۸

فصل اول: تعاریف و مقدمات

مقدمه

در علم مکانیک سیالات رفتار سیالات در حال سکون (استاتیک سیالات) و در حال حرکت (دینامیک سیالات) مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. هدف از تحلیل مکانیک سیالات تعیین توزیع سرعت و فشار سیال در یک شکل هندسی مشخص است. به عنوان مثال لوله‌ای را درنظر بگیرید که جریانی از آب را از خود عبور می‌دهد؛ همانطور که در ادامه خواهیم دید سیال آب در هر نقطه در راستای شعاعی دارای سرعت متفاوتی خواهد بود، ضمن اینکه فشار آن نیز در نقاط مختلف لوله فرق می‌کند؛ علم سیالات می‌تواند از روشهای علمی مقدار سرعت و فشار سیال را در هر نقطه از مسیر حرکت مشخص کند. در این فصل خواص اساسی سیال را مورد بررسی قرار داده و در فصل بعد استاتیک و دینامیک سیالات مورد بحث قرار می‌گیرد.

سیال

سیالات دسته‌ای از مواد از نوع مایعات و گازها هستند که تحمل کوچکترین نیرویی را بر روی سطح خود ندارند و با اعمال نیرویی ناچیز دچار تغییر شکل می‌شوند. سیالات از ذرات بنیادی به نام اتم و مولکول ساخته شده‌اند. این ذرات که بین آنها خلأ وجود دارد، مدام در حال جنب و جوش هستند، در نتیجه با یکدیگر و نیز با دیواره‌ها برخورد می‌کنند. فشاری که از طرف یک سیال به جداره‌های یک ظرف وارد می‌شود در حقیقت ناشی از برخورد این مولکولها با جداره ظرف و تغییر اندازه حرکت آنها در اثر این برخورد است. از نظر علمی می‌توان سایر خواص سیال را به جنبش مولکولی نسبت داد. در اغلب مباحث مهندسی متأسفانه امکان در نظر گرفتن ساختار ذره‌ای سیال به علت تعداد بسیار زیاد مولکولها وجود ندارد؛ به عنوان مثال مکعبی به ضلع $0.1\ mm$ به تنهایی حاوی 2.5×10^{13} مولکول هوا می‌باشد. بهتر است بدانید در بسیاری موارد نیازی به در نظرگرفتن ساختار ذره‌ای سیال وجود ندارد و می‌توان سیال را ماده‌ای پیوسته متشکل از یک سری المان دانست که در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند بدون آنکه در بین آنها خلأ وجود داشته باشد؛ با قبول چنین فرضی می‌توان به هر المان به طور متوسط مقدار معینی از خاصیت موردنظر، به عنوان مثال فشار، را نسبت داد. در ضمن می‌توان تغییرات در خاصیت مزبور را از یک المان به المان دیگر تغییراتی از نوع پیوسته در نظر گرفت. در مکانیک سیالات مکعبی به ضلع $1\ \mu m$ می‌تواند در اغلب مسائل مهندسی به خوبی نقش یک المان را ایفا کند. از نظر علمی اگر ابعاد هندسی یک جسم یا کانال (مثلاً قطر یک لوله) بیش از ۱۰۰ برابر فاصله آزاد بین مولکولهای سیال باشد، در این صورت فرض پیوستگی سیال از دقت بالایی برخوردار می‌گردد.

تعریف سیال: سیال ماده‌ای است که تحت تأثیر تنش برشی هرچند ناچیز، به صورت پیوسته تغییر شکل بدهد.

☜**نکته**: سیال می‌تواند به صورت مایع یا گاز (بخار) باشد.

همانطور که گفته شد سیال به دو صورت مایع و گاز وجود دارد. هر ماده به واسطه خواصی که دارد به عنوان سیال مایع و یا سیال گاز شناخته می‌شود. در زیر به برخی از خواص اصلی گازها و مایعات اشاره شده است:

خواص گازها

- ✓ در حالت کلی تراکم پذیرند
- ✓ نمی‌توانند یک سطح آزاد تشکیل دهند
- ✓ حجم معینی را درون اتمسفر ساکن اشغال نکرده و به صورت آزاد در فضا جاری می‌شوند
- ✓ اثر نیروهای جاذبه (به جز نیروی شناوری) بر آنها خیلی کم است

خواص مایعات

- ✓ در حالت کلی تراکم ناپذیرند.
- ✓ سطح آزاد تشکیل می‌دهند
- ✓ حجم معینی را اشغال می‌کنند

☜**تذکر**: هرگاه مایعات تحت فشار بسیار بالا قرار گیرند باید تراکم پذیری منظور گردد و نیز در حالتی که تغییر فشار در گازها کوچک باشد تراکم پذیری قابل صرفنظر کردن است.

مقایسه سیالات و جامدات

سیالات و جامدات از چند نظر با هم تفاوت دارند که مهمترین آنها عبارتند از:

۱. سیالات دارای شکل معینی نیستند ولی جامدات شکل معینی دارند.
۲. تنش در سیالات جهت نداشته و یک کمیت اسکالر است ولی در جامدات دارای جهت است.
۳. یک جسم جامد قادر است در برابر یک تنش برشی یا یک تغییر شکل معین و ثابت مقاومت کند، ولی یک سیال در مقابل تنش برشی هرچند ناچیز به طور پیوسته تغییر شکل می‌دهد و حرکت خواهد داشت.

لزجت

آزمایشی ساده را در نظر بگیرید که در آن یک بار مقداری آب و بار دیگر مقداری روغن بر روی زمین جاری شود؛ با ریختن آب بر روی زمین مشاهده می‌شود که آب به سرعت بر روی زمین جاری می‌شود، در صورتی که جاری شدن روغن با تأخیر و تأنی همراه است؛ این سختی جاری شدن و یا به عبارتی گرانروی این دو ماده به خاصیت لزجت هر کدام مربوط می‌شود. در ادامه خواهیم دید که لزجت آب از لزجت روغن کمتر است.

لزجت(Viscosity) خاصیت مقاومت سیال در برابر نیروهای وارد بر آن و ایجاد تنش برشی است. لزجت عامل اصلی انتقال مومنتم در لایه‌های سیال است و هنگامی ظاهر می‌شود که بین لایه‌های سیال حرکت نسبی وجود داشته باشد. واضح است که لزجت مایعات بیشتر از گازهاست.

☜**تذکر:** لزجت یک سیال تنها وقتی که سیال جریان می‌یابد معنی می‌یابد و هنگامی که سیال ساکن است مفهومی ندارد.

در خصوص دو نیروی اصلی بین مولکولی "نیروهای جاذبه بین مولکولی" و "نیروی تبادل اندازه حرکت مولکولی" باید این نکته را درنظر داشت، از آنجایی که در مایعات مولکولهای مایع نسبت به گاز بسیار به هم نزدیکترند از این رو در هنگام تحلیل مایعات تنها نیروهای جاذبه مولکولی (Cohesive) است که مطرح می‌شود در صورتی که نیروی تبادل اندازه حرکت مولکولی مفهوم خاصی برای این نوع سیالات ندارد.

و برعکس به دلیل دوری مولکولهای گازها از همدیگر نسبت به مایعات آن نیرویی که در گازها معنا می‌یابد نیروهای تبادل ممنتوم مولکولی است

تغییرات لزجت مایعات با دما را می‌توان با معادله زیر بیان کرد:

$$\mu = ae^{-bT} \qquad ۱-۱$$

تغییرات لزجت گازها با دما نیز به صورت زیر است:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^N \qquad ۱-۲$$

که μ_0 یک لزجت معین در دمای T_0 (که معمولاً ۲۷۳ درجه کلوین انتخاب می‌شود) است و N به نوع گاز بستگی دارد.

☜**تذکر**: در مایعات با افزایش دما نیروهای بین مولکولی کاهش یافته و در نتیجه لزجت کاهش می‌یابد. در گازها با افزایش دما تعداد برخوردها افزایش یافته و در نتیجه تبادل ممنتوم مولکولی افزایش داشته که حاصل آن افزایش لزجت است.

☜**تذکر**: میزان تغییرات لزجت با دما در مایعات بیشتر از گازهاست.

☜**تذکر**: در فشارهای معمولی لزجت مستقل از فشار است ولی در فشارهای بالا لزجت مایعات و گازها با افزایش فشار افزایش می‌یابد.

- ✓ سیال ایده‌آل: سیالی است که لزجت آن صفر بوده و تراکم ناپذیر باشد.

- ✓ گاز ایده‌آل سیالی است که لزجت آن غیر صفر بوده و تراکم پذیر است.

قانون لزجت نیوتن

قانون لزجت نیوتن بیان می‌کند که بین تنش برشی و گرادیان سرعت رابطه خطی وجود دارد؛ به عبارتی:

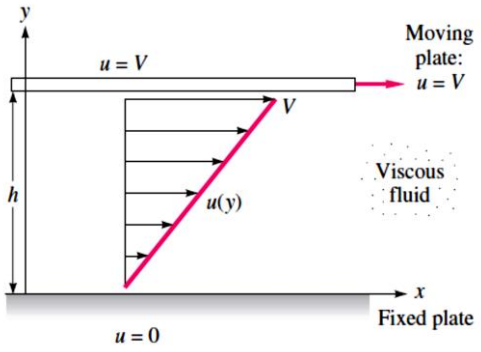
$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad ۱-۳$$

در معادله فوق τ تنش برشی (مقدار نیروی مؤثر در واحد سطح) و $\frac{du}{dy}$ گرادیان سرعت (نرخ برش) را نشان می‌دهد. سیالاتی که از قانون فوق پیروی کنند سیالات نیوتنی می‌گویند.

☜ **تذکر**: قانون لزجت نیوتن برای جریان آرام صادق است.

☜ **تذکر**: سیال ساکن دارای هیچگونه تنش برشی ای نیست و حرکتی تنش برشی ایجاد خواهد کرد که بین لایه‌های سیال اختلاف سرعت بوجود آورد.

مثال ۱: دو صفحه را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید که بین آنها با لزجت μ قرار گرفته است. صفحه پایینی ثابت بوده و صفحه بالایی با سرعت ثابتی کشیده می‌شود. جریان حرکت سیال را تحلیل کنید:



در این حالت با فرض اینکه توزیع سرعت خطی باشد:

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} = \mu \frac{u_2 - u_1}{y_2 - y_1} = \mu \frac{V - 0}{h - 0} = \mu \frac{V}{h}$$

در روی صفحه پایینی سرعت ذرات سیال نزدیک به صفر است که این برای کلیه ذرات لزج صادق بوده و به شرط **عدم لغزش** معروف است.

با توجه به معادله ذکر شده تنش برشی و لزجت مستقل از فشار هستند.

☜ **تذکر**: باید توجه داشت که صفحه پایینی هم می‌تواند حرکت داشته باشد که در این حالت به جای سرعت V باید سرعت نسبی بین دو صفحه را قرار داد.

لزجت سینماتیک

نسبت لزجت دینامیک به چگالی را لزجت سینماتیک می‌نامند.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad ۱-۴$$

☜ **نکته**: با توجه به تعریف فوق لزجت سینماتیک برخلاف لزجت دینامیک تابع فشار خواهد بود.

☜ **نکته**: با افزایش فشار، لزجت سینماتیک گازها کاهش می‌یابد.

☜ **نکته**: لزجت سینماتیک مایعات تابع فشار نیست.

☜ **نکته**: با توجه به کاهش قابل ملاحظه چگالی گازها با دما، تغییرات لزجت سینماتیک گازها با دما زیادتر از تغییرات لزجت دینامیک است.

مثال ۲: ضریب ویسکوزیته دینامیک مایعی برابر $2.9 \times 10^{-4}\ \frac{N.s}{m^2}$ و چگالی نسبی آن برابر $800\ \frac{kg}{m^3}$ است. ضریب ویسکوزیته سینماتیک مایع چقدر است؟ (جواب: $3.6 \times 10^{-7}\ \frac{m^2}{s}$)

حل: با استفاده از رابطه ۴-۱ می‌توان ویسکوزیته سینماتیک مایع را محاسبه نمود:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\nu = \frac{2.9 \times 10^{-4}\ \frac{N.s}{m^2}}{800\ \frac{kg}{m^3}} = 3.625 \times 10^{-7}\ \frac{m^2}{s}\ \blacksquare$$

واحد لزجت

واحد لزجت دینامیک (μ) در سیستم SI برابر $\frac{kg}{m.s}$ یا $Pa.s$ است. واحد لزجت سینماتیک (ν) در سیستم SI برابر $\frac{m^2}{s}$ است.

مثال ۳: (**یک مسئله در مورد بکارگیری قانون لزجت نیوتن**) اگر دو صفحه را در نظر بگیرید که صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی با سرعت V در حال حرکت باشد، مشابه آنچه در مثال ۱ دیدیم، با فرض توزیع سرعت خطی در سیال خواهیم داشت:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad ۱-۴$$

$$F = \tau A \qquad ۱-۵$$

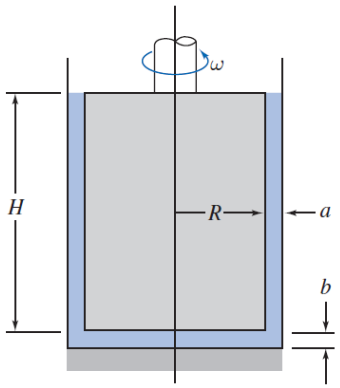
$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} = \mu \frac{u_2 - u_1}{y_2 - y_1} = \mu \frac{V - 0}{h - 0} = \mu \frac{V}{h} \qquad ۱-۶$$

$$F = \mu A \frac{V}{h} \qquad ۱-۷$$

نکته: اگر فاصله بین دو صفحه کم و یا سرعت حرکت ذره پایین باشد می‌توان توزیع سرعت بین دو صفحه را خطی فرض کرد.

محاسبات مربوط به حالتی که دو استوانه هم محور وجود داشته باشد که نسبت به هم حرکت داشته باشند دقیقاً مشابه حالت فوق است.

مثال ۴: در فاصله بین دو استوانه هم مرکز به قطرهای $20\ cm$ و $20.2\ cm$ مایعی با ویسکوزیته‌ای برابر $5\ cp$ قرار دارد. استوانه داخلی با سرعت $120\ rpm$ می‌چرخد. نیروی وارد بر این استوانه چقدر است. طول استوانه‌ها $50\ cm$ است. (جواب: $1.97\ N$)



لزجت سنج استوانه ای

لزجت مایعات را می‌توان با استفاده از وسیله‌ای به شکل زیر اندازه گرفت. این لزجت سنج از دو استوانه هم مرکز تو در تو تشکیل شده است که بین دو استوانه را با سیال موردنظر پر می‌کنند. استوانه داخلی با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند و استوانه خارجی ثابت است. با اندازه‌گیری میزان گشتاور وارد به استوانه داخلی می‌توان لزجت مایع را به دست آورد. رابطه بین گشتاور وارده و سایر متغیرها به صورت زیر به دست می‌آید:

گشتاور وارده از طرف پیرامون استوانه‌ها:

$$T_1 = FR = \tau AR = \mu \frac{u}{y}(2\pi RL)R$$
$$= \mu \frac{R\omega}{b}(2\pi RL)R$$
$$T_1 = \frac{2\pi R^3 L \mu \omega}{b} \qquad ۱-۸$$

تمرین ۱: یک دستگاه ویسکومتر از دو استوانه هم مرکز به طول $30\ cm$ و قطرهای $20\ cm$ و $20.2\ cm$ تشکیل شده است. برای چرخاندن استوانه داخلی با سرعت $400\ rpm$ باید به آن گشتاور $0.13\ N.m$ وارد نمود. ویسکوزیته سیال بین دو استوانه چقدر است؟ (جواب: $\mu = 0.00165\ Pa.s$)

گشتاور وارده از طرف کف استوانه‌ها:

$$dF = \tau dA = \mu \frac{du}{dy}(2\pi r dr) = \mu \frac{u}{a}(2\pi r dr) = \frac{2\pi r^2 \omega \mu dr}{a}$$

$$dT = rdF \rightarrow T_2 = \int_0^R \frac{2\pi r^3 \mu\omega}{a} dr = \frac{\pi R^4 \mu\omega}{2a} \quad ۱-۹$$

گشتاور کل وارده برابر با مجموع دو گشتاور فوق است:

$$T = T_1 + T_2 \quad ۱-۱۰$$

انواع سیالات از نظر قانون لزجت

سیالات بر این اساس که از قانون لزجت نیوتن پیروی کنند و یا نکنند به ترتیب به دو دسته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم بندی می‌شوند. در سیالات غیرنیوتنی که از قانون لزجت پیروی نمی‌کنند رابطه بین تنش برشی و گرادیان سرعت غیرخطی است.

پیوستگی سیال

برای مطالعه خواص دقیق خواص سیال باید رفتار تک تک مولکولهای آن را بررسی نمود ولی با این حال اگر چگالی سیال به حد کافی بالا باشد به طوری که بتوان آن را یک محیط پیوسته در نظر گرفت که در آن فاصله مولکولها ناچیز است می‌توان رفتار متوسط مولکولهای سیال را مورد بحث قرار داد.

برای پیوسته فرض کردن سیال دو عامل مؤثر هستند:

۱. فاصله آزاد متوسط باید بسیار کوچکتر از ابعاد سیستم باشد.
۲. زمان بین دو برخورد بسیار کم باشد.

باید توجه داشت که فرض پیوستگی در گازهای رقیق یا کم چگالی (گازهای سطح فوقانی اتمسفر) صحیح نیست.

چگالی

چگالی یک سیال عبارت است از جرم واحد حجم آن سیال

$$\rho = \frac{m}{V} \quad ۱-۱۱$$

☜ **نکته:** در حالت کلی چگالی مایعات با فشار تغییر نمی‌کند در صورتیکه چگالی گازها با فشار تغییر می‌کند

☜**نکته:** چگالی مایعات و گازها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

چگالی معیاری از نزدیکی مولکولهای یک ماده به هم است.(تراکم). در نتیجه چگالی گازها از مایعات و جامدات کمتر است.

در فشار اتمسفر ۱ و دمای $20\ ^\circ C$، چگالی آب $998.2\ \frac{kg}{m^3}$ و چگالی هوا $1.205\ \frac{kg}{m^3}$ است.

وزن مخصوص

وزن مخصوص یک سیال عبارت است از وزن واحد حجم آن سیال

$$\gamma = \rho g \qquad ۱-۱۲$$

$$\gamma = \frac{W}{V} \qquad ۱-۱۳$$

در فشار اتمسفر ۱ و دمای $20\ ^\circ C$، وزن مخصوص آب $9790\ \frac{N}{m^3}$ و وزن مخصوص هوا $11.8\frac{N}{m^3}$ است.

حجم مخصوص

حجم مخصوص یک سیال عبارت است از عکس چگالی اشغال شده توسط واحد جرم سیال

$$v = \frac{1}{\rho} \qquad ۱-۱۴$$

واحد حجم مخصوص در سیستم SI برابر $\frac{m^3}{kg}$ است.

چگالی نسبی

چگالی نسبی عبارت است از نسبت چگالی یک ماده به چگالی یک سیال مرجع

$$s = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad ۱-۱۵$$

برای گازها چگالی نسبی را نسبت به هوا بیان می‌کنند و برای مایعات، چگالی نسبی نسبت به آب بیان می‌شود.

کشش سطحی

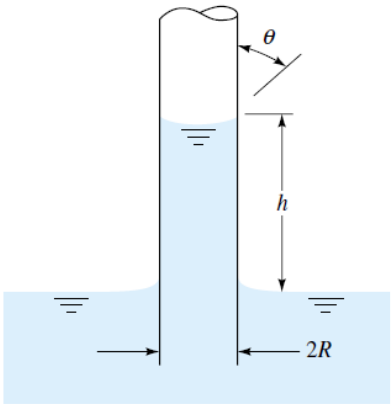
در درون مایعات هر مولکول توسط مولکولهای دیگر و از طریق جاذبه مولکولی جذب می‌شود و مولکولهای موجود در سطح تحت اثر نیروهای جاذبه بیشتر از پایین نسبت به بالا که هواست قرار می‌گیرند و در نتیجه این مولکولها به طرف پایین کشیده می‌شوند که به این پدیده کشش سطحی گفته می‌شود.

کشش سطحی یک مایع عبارت است از کاری که باید صورت گیرد تا تعداد کافی مولکول از درون مایع به سطح آن آورده شود و تشکیل یک واحد سطح جدید را بدهند.

☜**نکته**: کشش سطحی با افزایش دما کاهش می‌یابد.

مویینگی

هرگاه یک لوله نازک در سطح آزاد مایع فرو برده شود با توجه به رابطه بین کشش سطحی و نیروی چسبندگی بین مایع و جامد، مایع این لوله بالا یا پایین می‌رود که به این پدیده مویینگی می‌گویند.



حالت اول: اگر میزان چسبندگی مایع به جامد از پیوستگی مایع بیشتر باشد (مانند آب) مایع در لوله بالا رفته و سطح آزاد مایع به صورت مقعر خواهد بود.

حالت دوم: اگر میزان چسبندگی مایع به جامد از پیوستگی مایع کمتر باشد (مانند جیوه) مایع در لوله پایین رفته و سطح آزاد آن به صورت محدب خواهد بود.

ضریب کشسانی حجمی

تغییر حجم سیالات در اثر اعمال فشار با استفاده از تعریف ضریب حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در سیالات بر خلاف جامدات با اعمال فشار تغییر شکل صورت گرفته و حجم هم تغییر می‌کند.

سیالی با حجم V در فشار P در نظر گرفته که در اثر تغییر فشار dP حجمش به میزان dV تغییر می‌کند. ضریب کشسانی حجمی E_V ، مدول الاستیسیته بالک برای این سیال به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_V = -\frac{dP}{\frac{dV}{V}} = -\frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}} \qquad ۱-۱۶$$

E_V همواره مقدار مثبتی بوده و علامت منفی نشان می‌دهد که با افزایش فشار، حجم کاهش می‌یابد. واحد ضریب کشسانی حجمی با واحد فشار یکسان است.

☜**نکته**: بزرگ بودن ضریب کشسانی حجمی به این معنی است که سیال مقاومت بیشتری در برابر تراکم دارد. لذا ضریب کشسانی حجمی مایعات بیشتر از گازها است.

مثال ۵: مایعی در داخل یک سیلندر متراکم می‌شود و حجم و فشارش به ترتیب از $1000\ cm^3$ و $1\ MPa$ به $995\ cm^3$ و $2\ MPa$ می‌رسد. مطلوب است محاسبه ضریب کشسانی حجمی k. (جواب: $200\ MPa$)

حل: با استفاده از رابطه ۱۶-۱ می‌توان ضریب کشسانی حجمی محاسبه می‌شود:

$$E_V = -\frac{dP}{\frac{dV}{V}} = -\frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

$$E_V = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} = -\frac{(2\ MPa - 1\ MPa)}{\frac{(995\ cm^3 - 1000\ cm^3)}{1000\ cm^3}} = 200\ MPa \blacksquare$$

استاتیک سیالات

علم استاتیک سیالات شامل دو بخش می‌شود: مطالعه فشار و تغییرات آن در درون سیال و مطالعه نیروهای فشاری روی سطوح معین. سیالات دو نوع تنش برشی و فشاری را می‌توانند تحمل کنند و در خود انتقال دهند. تنش برشی در سیالات در حال حرکت بوجود می‌آید و منشأ لزجی دارد. سیالات ساکن یا سیالات با حرکت صلب گونه تنها تنشهای فشاری یا قائم را می‌توانند تحمل کنند.

فشار

فشار در یک نقطه از سیال ساکن عبارت است از نیروی وارد شده از طرف سیال بر واحد سطح آن نقطه در مایعات فشار در هر نقطه حاصل وزن قرار گرفته در ارتفاع بالاتر از آن نقطه است.

در گازها عامل وزن مهم نبوده و فشار ناشی از برخوردهای مولکولی به سطح است که با افزایش این برخوردها فشار هم افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در یک سیال ساکن تنش برشی وجود ندارد نیروی وارد بر سطح نیروی قائم است که در نتیجه آن فشار حاصل می‌شود.

قانون پاسکال:

در حالت تعادل، یک سیال فشار وارد بر آن را بدون کاهش به تمام نقاط دیگر سیال انتقال می‌دهد.

به عبارت دیگر: فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن در کلیه جهات یکسان بوده و مستقل از جهت است. یعنی

$$P_x = P_y = P_z = P \qquad ۱-۱۷$$

هرگاه سیال ساکن نبوده و لایه‌های آن نسبت به هم حرکت داشته باشند فشار در یک نقطه را میانگین فشار در جهات مختلف در نظر می‌گیرند.

نتیجه قانون پاسکال: فشار در صفحات افقی ثابت است.

$$P = \frac{1}{3}(P_x + P_y + P_z) \qquad ۱-۱۸$$

تغییرات فشار

هرگاه تابع فشار را به شکل $P = P(x, y, z)$ فرض کنیم با استفاده از نیروی زیر می‌توان نیروی سطحی در واحد حجم ناشی از تغییر فشار را به دست آورد:

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma \qquad ۱-۱۹$$

☜**نکته**: معادله ۱۹-۱ دارای محدودیتهای زیر است و γ عبارت است از وزن مخصوص سیال و رابطه‌اش به صورت $\gamma = \rho g$ می‌باشد.

۱. سیال ساکن باشد.
۲. تنها نیروی حجمی نیروی گرانشی باشد.

☜**نکته**: معادله فوق هم در حالتی که γ ثابت باشد و هم در حالتی که γ متغیر باشد برقرار است.

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma$$
$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$
$$\frac{dP}{\rho} = -g dz$$
$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} = -\int_{z_1}^{z_2} g dz = -g(z_2 - z_1) \qquad ۱-۲۰$$

تغییرات g با ارتفاع ناچیز فرض شده و برای تعیین تغییرات فشار باید ρ برحسب P وجود داشته باشد.

مثال ۶: در یک مخزن به ارتفاع $10\ m$ دانسیته مخلوط با ارتفاع $z\ (m)$ از بالای مخزن به صورت رابطه‌ی زیر برحسب $\frac{kg}{m^3}$ $\rho = 1000(1 + \frac{z}{50} + \left(\frac{z}{100}\right)^2)$ تغییر می‌کند. چنانچه مخلوط ساکن فرض شود، اختلاف فشار بالا و پایین مخزن چقدر خواهد بود؟ ($P_1 - P_2 = \frac{331}{3}$ کیلوپاسکال)

حل: با استفاده از رابطه ۲۴-۱ و نیز در صورتی که فشار در پایین و بالای مخزن به ترتیب P_1 و P_2 باشد، داریم:

$$\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{\rho}=-\int_{z_1}^{z_2}gdz$$

$$\int_{P_1}^{P_2}dP=-\int_{z_1}^{z_2}\rho gdz$$

$$\int_{P_1}^{P_2}dP=-\int_{z_1}^{z_2}g\times 1000(1+\frac{z}{50}+\left(\frac{z}{100}\right)^2)dz$$

$$P|_{P_1}^{P_2}=-1000\times g\left[z+\frac{1}{50}\frac{z^2}{2}+\frac{1}{10000}\frac{z^3}{3}\right]_{z_1}^{z_2}$$

$$\Delta P=P_2-P_1=-10^4\left[z+\frac{1}{50}\frac{z^2}{2}+\frac{1}{10000}\frac{z^3}{3}\right]_0^{10}$$

$$\Delta P=-10^4\left[10+\frac{1}{50}\frac{100}{2}+\frac{1}{10000}\frac{1000}{3}\right]$$

$$\Delta P=-10^4\left[10+1+\frac{1}{30}\right]=-10^4\left[\frac{30\times 11+1}{30}\right]=-10000\left[\frac{331}{30}\right]=-\frac{331}{3}\ kPa$$

و بدین ترتیب اختلاف فشار در پایین و بالای مخزن برابر $\frac{331}{3}\ kPa$ خواهد بود. ■

سیالات تراکم ناپذیر

در سیالات تراکم ناپذیر چگالی ثابت است و در نتیجه با انتگرال‌گیری از معادله مربوطه تغییر فشار به دست می‌آید:

$$P-P_0=-\gamma(z-z_0)$$
$$P=P_0+\gamma h \qquad ۱-۲۱$$

که در آن جهت مثبت به سمت پایین انتخاب شده است. $P-P_0$ فشار نسبی را بیان می‌کند و فشار نقطه‌ای که فاصله‌اش از سطح آزاد سیال $h=(z-z_0)$ است را نشان می‌دهد. این عبارت بدین معنی است که هر چه از سطح سیال به عنوان مثال سطح دریا، پایین می‌رویم فشار سیال بیشتر خواهد شد. فشار در عمق مشخصی از دریا شامل دو دسته است، یکی فشار ناشی از اتمسفر که بر روی سطح دریا وارد می‌شود و طبق قانون پاسکال به عمق دریا منتقل می‌شود و دیگری همان فشار هیدرواستاتیک است که به فشار ستون مایعی برمی‌گردد که بر روی آن عمق مشخص وارد می‌شود.

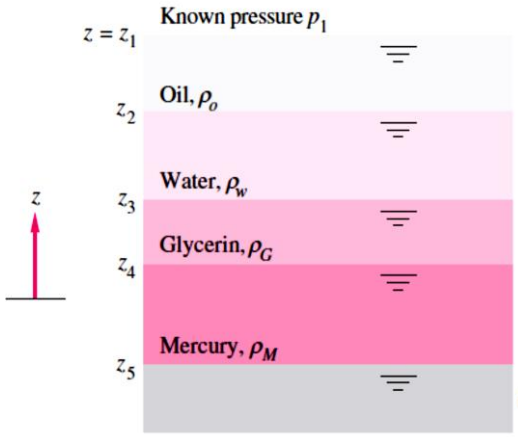
از رابطه ۱-۲۱ در می‌یابیم که این رابطه یک رابطه خطی است (یعنی به فرم $y=ax+b$ است.) متغیر P همان y و متغیر h همان x است و ثابتهای P_0 و γ به ترتیب a و b هستند.

☜ **نکته**: در یک سیال ساکن:

۱. تغییرات فشار در جهت قائم خطی است. ۲. تغییرات فشار در جهت افقی صفر است.

نکته: هرگاه به جای یک سیال، چند لایه سیال وجود داشته باشد شیب توزیع فشار هیدرواستاتیکی در لایه‌های مختلف تفاوت داشته و برای سیال چگالتر دارای شیب تندتری است و با توجه به اینکه لایه‌های سیال به ترتیب افزایش چگالی از بالا به پایین قرار می‌گیرند، شیب توزیع فشار از بالا به پایین تندتر می‌شود.

در شکل روبرو، سیالهای جیوه، گلیسیرین، آب و روغن به ترتیب با توجه به چگالی بیشتر از پایین به بالا قرار گرفته‌اند.



دما ثابت

برای گاز ایده‌آل در حالت دما ثابت از معادله زیر استفاده می‌شود:

$$P = P_0 e^{\left[-\frac{\gamma_0}{P_0}(z-z_0)\right]} \qquad ۱-۲۲$$

$$P = P_0 e^{\left[-\frac{g}{RT_0}(z-z_0)\right]} \qquad ۱-۲۳$$

آدیاباتیک

در شرایط آدیاباتیک که هیچ انرژی‌ای از سیستم خارج نمی‌شود از معادله زیر استفاده می‌شود:

$$P = P_0\left[1 - \frac{n-1}{n}\frac{\gamma_0(z-z_0)}{P_0}\right]^{\frac{n}{n-1}} \qquad ۱-۲۴$$

و توزیع دما هم به صورت زیر خواهد بود:

$$T = T_0\left[1 - \frac{n-1}{n}\frac{\gamma_0(z-z_0)}{P_0}\right] \qquad ۱-۲۵$$

هرگاه شرایط دمای استاندارد در نظر گرفته شود، کمیتهای زیر را خواهیم داشت:

$$T_0 = 15℃ = 288.15\,°k, \qquad P_0 = 101325Pa, \qquad \rho_0 = 1.227\ kg/m^3$$

اندازه گیری فشار

خلأ

خلأ فضایی که هیچگونه ماده‌ای اعم از جامد، مایع و گاز نیست.

فشار اتمسفر

فشار موجود در هوای اطراف ماست و به دو صورت فشار اتمسفر محلی و فشار اتمسفر استاندارد وجود دارد. فشار اتمسفر محلی به شرایط محیطی تغییر می‌کند در حالی که فشار اتمسفر استاندارد ثابت است و برابر فشار اتمسفر در سطح دریاهاست:

$$P = 1\ atm = 101325\ Pa = 14.7\ Psi = 10.33\ m\ H_2O = 760\ mm\ Hg = 1.01325\ bar$$

فشار مطلق: هرگاه فشار نسبت به خلأ مطلق اندازه‌گیری شود آن را فشار مطلق می‌نامند.

فشار نسبی: هرگاه فشار نسبت به فشار اتمسفر اندازه‌گیری شود آن را فشار نسبی می‌گویند.

رابطه فشار نسبی به فشار مطلق به صورت زیر است:

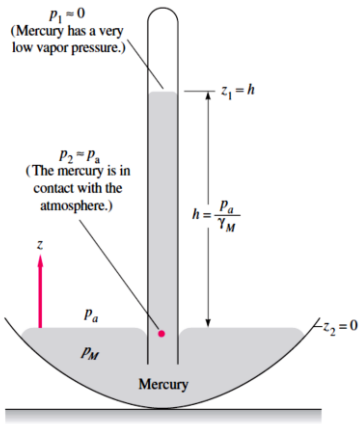
$$P_{abs} = P_{gage} + P_{bar} \qquad ۱-۲۶$$

توجه داشته باشید که فشار نسبی صفر فشار اتمسفر است.

بارومتر جیوه‌ای

بارومتر جیوه‌ای یک لوله وارونه شده در داخل محفظه‌ای پر از جیوه است. از این وسیله جهت اندازه‌گیری فشار اتمسفر محلی استفاده می‌شود.

$$P_{atm} = \rho_{Hg} g h \qquad ۱-۲۷$$



مثال ۷: وقتی بارومتر $730\ mm\ Hg$ را نشان می‌دهد. اگر فشار نسبی $10\ kPa$ باشد فشار مطلق چقدر است؟ (جواب: $107.325\ kPa$)

حل: با استفاده از یک تناسب ساده می‌توان فشار مطلق بارومتر را محاسبه نمود:

از رابطه ۱-۳۰ خواهیم داشت: $101325\ Pa = 760\ mm\ Hg$

$$x = \frac{730 \times 101325}{760} = 97325.3\ pa$$

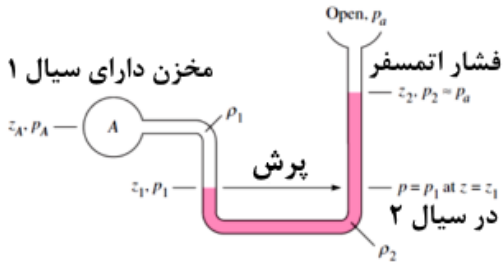
یعنی فشار معادل $730\ mm\ Hg$ برابر $97325.3\ pa$ است. از طرفی از رابطه ۱-۳۱ فشار مطلق معادل با فشار نسبی مذکور $10\ kPa$ را به دست خواهیم آورد:

$$P_{abs} = P_{gage} + P_{bar} = 10000\ pa + 97325.3\ pa = 107325.3\ pa = 107.325\ kpa \blacksquare$$

تمرین ۲: فشار نسبی دستگاهی $10\ kPa$ اندازه‌گیری شده است. فشار بارومتر $620\ mm\ Hg$ است. فشار مطلق دستگاه را برحسب $m\ H_2O$ به دست آورید. (جواب: $9.4466\ m\ H_2O$)

مانومتر ساده

وسیله‌ای است که از آن برای اندازه‌گیری فشارهای نسبی مثبت و منفی استفاده می‌شود. برای یک مانومتر دوسیالی که در شکل مقابل نشان داده شده است، روابط به صورت زیر خواهد بود:



$$P_A + \gamma_1(z_A - z_1) - \gamma_2(z_2 - z_1) = P_2 \qquad ۱-۳۳$$

روش محاسبه فشار در مانومترها

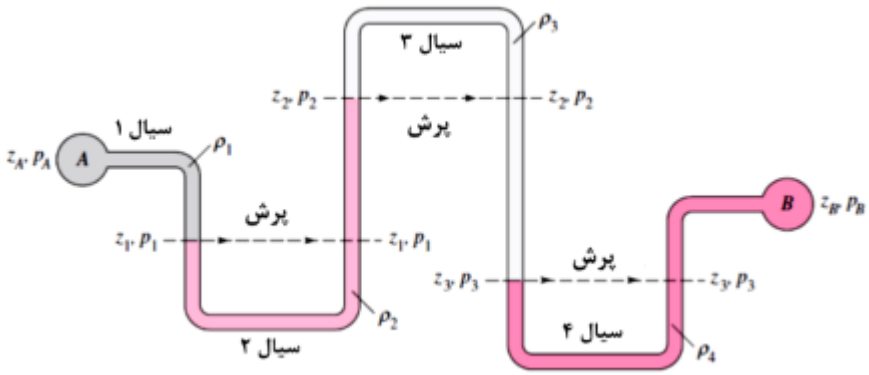
از یک نقطه شروع کرده و حرکت می‌کنیم اگر حرکت به سمت پایین باشد علامت فشار مثبت و اگر به سمت بالا باشد علامت فشار منفی خواهد بود. توجه داشته باشید که در یک مسیر پیوسته برای یک سیال، دو نقطه هم ارتفاع دارای فشار یکسان هستند بنابراین برای دو نقطه هم سطح از یک سیال پیوسته که در دو طرف مانومتر قرار دارند فشارها همدیگر را خنثی کرده و از محاسبات حذف می‌شوند، یعنی می‌توان از یک نقطه به نقطه دیگر جهش کرد.

چون انتهای مانومتر باز است فشار آن برابر فشار اتمسفر است در نتیجه مقدار حاصل شده برای P_A فشار نسبی است.

هرگاه اندازه‌گیری فشار بالا مدنظر باشد از سیال جیوه (جیوه به عنوان یک سیال چگال محسوب می‌شود، یعنی مقدار کمی از آن جرم بالایی دارد و بنابراین حجم بسیار کمی را اشغال می‌کند و مانومتر ساخته شده بسیار کوچک و مقرون به صرفه خواهد بود.) به عنوان سیال مانومتری استفاده می‌شود و اگر فشار پایین اندازه‌گیری شود از آب به عنوان سیال موردنظر استفاده می‌گردد.

مانومتر دیفرانسیلی

از آن جهت محاسبه اختلاف فشار دو مخزن یا دو نقطه از یک لوله استفاده می‌شود.



در شکل فوق یک مانومتر دیفرانسیلی سه سیالی نشان داده شده که در آن اختلاف بین دو مخزن A و B قابل محاسبه است.

$$P_A + \gamma_1(z_A - z_1) - \gamma_2(z_2 - z_1) + \gamma_3(z_2 - z_3) - \gamma_4(z_B - z_3) = P_B \qquad ۱-۳۴$$

$$P_A - P_B = (P_A - P_1) + (P_1 - P_2) + (P_2 - P_3) + (P_3 - P_B) =$$
$$-\gamma_1(z_A - z_1) - \gamma_2(z_1 - z_2) - \gamma_3(z_2 - z_3) - \gamma_4(z_3 - z_B)$$

مثال ۸: در شکل فوق (مانومتر دیفرانسیلی) در صورتی که کمیتهای زیر معلوم باشد، اختلاف فشار بین در مخزن A و B چقدر است؟ (جواب: $(P_B - P_A = 5439.6\ Pa$

$$\rho_1 = 876\ \frac{kg}{m^3}, \rho_2 = 5430\ \frac{kg}{m^3}, \rho_3 = 998\ \frac{kg}{m^3}, \rho_4 = 810\ \frac{kg}{m^3}, \rho_5 = 1.225\ \frac{kg}{m^3}$$

$$z_A = 20\ cm, z_1 = 10\ cm, z_2 = 23\ cm, z_3 = 5\ cm, z_B = 18\ cm$$

حل: از بازنویسی رابطه ۳۴-۱ و ذکر این نکته که $\gamma_i = \rho_i g$ داریم:

$$P_A + \gamma_1(z_A - z_1) - \gamma_2(z_2 - z_1) + \gamma_3(z_2 - z_3) - \gamma_4(z_B - z_3) = P_B$$

$$P_A + 876 \times 10(20 - 10) \times 10^{-2} - 5430 \times 10(23 - 10) \times 10^{-2} + 998 \times 10(23 - 5) \times 10^{-2} - 810 \times 10(18 - 5) \times 10^{-2} = P_B$$

$$P_A + 876 - 7059 + 1796.4 - 1053 = P_B$$

$$P_A - P_B = -5439.6$$

$$P_B - P_A = 5439.6\ Pa \blacksquare$$

اصول حرکت سیالات

جریانهای آرام و مغشوش

جریان آرام جریانی است که در آن ذرات سیال مسیرهای منظم و همواری را طی می‌کنند و لایه‌های سیال به آرامی روی لایه‌های مجاور خود می‌لغزند. این جریان از قانون لزجت پیروی می‌کند.

جریان مغشوش یا درهم جریانی است که در آن ذرات سیال مسیرهای نامنظمی را طی نموده و انتقال ممنتوم (اندازه حرکت) از یک ناحیه به ناحیه دیگر انجام می‌دهند.

در جریان مغشوش قانون لزجت به رابطه زیر تغییر می‌کند:

$$\tau = (\mu + \eta)\frac{du}{dy} \qquad ۱-۳۵$$

که در آن η لزجت گردابی بوده و بر خلاف لزجت μ تنها یک خاصیت سیال نیست بلکه به میزان درهمی جریان هم وابسته است.

☜ **نکته بسیار مهم**: در موارد زیر جریان آرام به جریان مغشوش تبدیل می‌شود:

۱. لزجت سیال پایین باشد.
۲. سرعت جریان بالا باشد.
۳. مجاری جریان بزرگ باشد.

جریانهای لزج و غیرلزج

جریانهای غیرلزج جریانهایی هستند که در آنها از اثرات لزجت صرفنظر شده است. در این جریانها لزجت (μ) درنظر گرفته نشده است. در عمل سیال با لزجت صفر وجود ندارد، اما تحلیل جریانهای غیرلزج در بسیاری از موارد ساده‌تر است.

جریانهای لزج جریانهایی هستند که اثرات لزج را باید در آنها منظور نمود. (μ) غیر صفر دارند.

اگر یک صفحه تخت در نظر گرفته شود که روی آن سیالی جریان داشته باشد، دو ناحیه کلی را می‌توان در این جریان تشخیص داد، یکی ناحیه مجاور به مرز است که در این ناحیه تنش برشی وجود داشته و آن را **لایه مرزی** می‌نامند. ناحیه دیگر در بیرون از لایه مرزی است که در آن سرعت برابر توده سیال است و شیب آن صفر و در نتیجه تنش برشی صفر است و می‌توان از نظریه سیالات غیرلزج بهره برد.

جریانهای تراکم پذیر و تراکم ناپذیر

جریانهای تراکم ناپذیر جریانهایی هستند که در آنها تغییرات چگالی قابل صرفنظر است و جریانهای تراکم‌پذیر جریانهایی هستند که در آنها تغییرات چگالی قابل ملاحظه است. طبق تعرف جریان تراکم‌ناپذیر جریانی است که عدد ماخ آن در شرط ($M \leq 0.3$) صدق کند.

در حالت کلی مایعات را می‌توان تراکم ناپذیر و گازها را تراکم پذیر درنظر گرفت، با این حال اگر مایعی تحت فشار بالایی قرار گیرد تراکم پذیری باید منظور گردد و اگر تغییرات فشار ناچیز باشد، می‌توان گاز را تراکم ناپذیر فرض کرد.

جریانهای پایا و ناپایا

جریانهایی را پایا (دائم) می‌نامند که حالت آنها در هر نقطه با زمان تغییر نکند این حالت توسط سرعت، فشار، چگالی و ... بیان گردد.

هرگاه M یک خاصیت سیال باشد، در هر نقطه از جریان پایا خواهیم داشت:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 0 \qquad ۱-۳۶$$

خاصیت M می‌تواند از یک نقطه به نقطه دیگر متفاوت باشد ولی در هر نقطه با زمان تغییر نمی‌کند.

جریانهایی را ناپایا (غیردائم) می‌نامند که حالت آنها در هر نقطه با زمان تغییر کند.

به عنوان مثال جریان آب خارج شده از یک شیر در مدت زمانی که فلکه شیر در حال چرخانده شدن است ناپایا و پس از آنکه فلکه شیر ثابت شد، جریان خروجی جریان پایا خواهد بود.

جریانهای یکنواخت و غیر یکنواخت

جریانی را یکنواخت گویند که در آن در هر لحظه بردار سرعت در امتداد خط جریان در کلیه نقاط یکسان باشد، یعنی:

$$\frac{\partial V}{\partial S} = 0 \qquad ۱-۳۷$$

که V سرعت در یک نقطه مشخص روی خط جریان و S مسافت در امتداد خط جریان از یک مبدأ اختیاری بر روی آن است.

جریان غیریکنواخت جریانی است که در آن بردار سرعت در امتداد خط جریان ثابت نیست. اگر سرعت در امتداد جریان افزایش یابد جریان تندشونده و اگر کاهش یابد آن را کندشونده می‌نامند.

اگر یک مجاری جریان وجود داشته باشد با یکسان بودن تمامی مقاطع آن در هر لحظه سرعت متوسط کلیه نقاط آن یکسان بوده و در نتیجه جریان یکنواخت خواهد بود.

جریان مایع در یک لوله خمیده، جریان آب در رودخانه‌ها و جریان در یک لوله با مقطع متغیر مثالهایی از جریان غیریکنواخت هستند.

جریان یک بعدی و چند بعدی

در حالت کلی جریانها سه‌بعدی هستند در این جریان مؤلفه‌های سرعت تابعی از مختصات مکانی x، y، z و زمان t هستند، تجزیه و تحلیل جریانها در حالت سه‌بعدی پیچیده است.

جریان یک بعدی جریانی است که در آن تغییرات سرعت، فشار، دانسیته، دما و ... در جهت عمود بر جریان صرفنظر می‌گردد و مقادیر این مشخصات به صورت متوسط هر مقطع بیان می‌شود. برای مثال می‌توان جریان لوله را یک بعدی در نظر گرفت.

جریان دوبعدی جریانی است که در آن مسیر ذرات سیال در صفحات موازی یکسان است و می‌توان از تغییرات سرعت و فشار و ... در امتداد عمود بر این صفحات صرفنظر کرد.

جریانهای چرخشی و غیرچرخشی

جریانهای چرخشی جریانهایی هستند که در آنها ذرات سیال حرکت کننده در میدان جریان دارای حرکت چرخشی هستند. اگر حرکت چرخشی وجود نداشته باشد جریان را غیرچرخشی می‌نامند.

برای مثال جریانهای با لزجت کم مانند هوا در نواحی‌ای که گرادیان سرعت کم باشد غیرچرخشی هستند. جریان در پشت ایرفویلها مثالی از جریان چرخشی است.

دبی حجمی و دبی جرمی

حجم سیال گذرنده از یک مقطع در واحد زمان را دبی حجمی سیال نامیده و با Q نشان داده می‌شود.

$$Q = \int_A \boldsymbol{V}.d\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}V_{av} \qquad ۱-۴۵$$

که در آن $\boldsymbol{A}$ سطح مقطع مجرا و V_{av} سرعت متوسط جریان سیال در این مقطع است.

واحد دبی حجمی در سیستم SI، $\frac{m^3}{s}$ و در سیستم انگلیسی $\frac{ft^3}{s}$ است.

با استفاده از معادله فوق سرعت متوسط V_{av} به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A \boldsymbol{V}.d\boldsymbol{A}}{A} \qquad ۱-۴۶$$

مثال ۱: جریان آرام درون یک لوله را درنظر گرفته که دارای سرعت $V = V_{max}(1 - \frac{r^2}{R^2})$ است. ضمن تحلیل جریان سیال در لوله، V_{av} را برای این جریان بر حسب V_{max} محاسبه کنید. (جواب: $V_{av} = \frac{V_{max}}{2}$)

جرم سیال گذرنده از یک مقطع در واحد زمان را دبی جرمی سیال نامیده و با $\dot{m}$ نشان می‌دهند.

$$\dot{m} = \int_A \rho \boldsymbol{V}.d\boldsymbol{A} \qquad ۱-۴۷$$

در صورتی که ρ ثابت باشد.

$$\dot{m} = \rho \int_A \boldsymbol{V}.d\boldsymbol{A} = \rho Q \qquad ۱-۴۸$$

واحد دبی جرمی در سیستم SI، $\frac{kg}{s}$ و در سیستم انگلیسی $\frac{lb_m}{s}$ است.

معادله پیوستگی

معادله پیوستگی در حالت کلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad ۱-۴۹$$

$$\boldsymbol{\nabla}.\rho\boldsymbol{V} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad ۱-۵۰$$

هرگاه جریان تراکم ناپذیر باشد ($\rho = cte$) معادله پیوستگی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(v)}{\partial y} + \frac{\partial(w)}{\partial z} = 0 \qquad ۱-۵۱$$

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{V} = 0 \qquad ۱-۵۲$$

معادله فوق را می‌توان هم برای جریان پایا و هم برای جریان ناپایا به کار برد.

هرگاه جریان پایا باشد معادله پیوستگی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \qquad ۱-۵۳$$

$$\boldsymbol{\nabla}.\rho\boldsymbol{V} = 0 \qquad ۱-۵۴$$

$\nabla.V$ نرخ حجمی خالص جریان سیال از یک حجم کنترل با ابعاد بسیار کم و بر واحد حجم است.

نکته: معادله پیوستگی مستقل از لزج بودن یا غیر لزج بودن سیال است.

نکته: هرگاه حجم کنترل دارای چند ورودی و خروجی یک بعدی باشد و جریان داخل حجم کنترل پایا باشد.

$$(\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3 + \cdots)_{in} = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3 + \cdots)_{out} \qquad ۱\text{-}۵۵$$

$$\dot{m}_1 = \rho_i A_i V_i \qquad ۱\text{-}۵۶$$

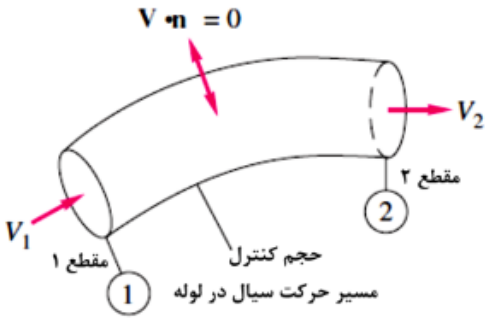
نکته: هرگاه علاوه بر پایا بودن جریان و حجم کنترل دارای چند ورودی و خروجی یک بعدی سیال تراکم‌ناپذیر هم باشد معادله پیوستگی به صورت زیر در می‌آید:

$$(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots)_{in} = (Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots)_{out} \qquad ۱\text{-}۵۷$$

$$Q_i = A_i V_i \qquad ۱\text{-}۵۸$$

مثال ۱۱: با نوشتن معادله پیوستگی (قانون بقاء جرم) برای جریان ایستای شکل زیر (جریان در تمامی طول کانال موازی با دیواره است) با یک ورودی و یک خروجی، سرعت را در خروج به دست آورید. (جواب: $V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$)

حل: با استفاده از رابطه ۱-۵۷ تنها برای یک ورود و یک خروج خواهیم داشت:



$$(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots)_{in} =$$

$$(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots)_{out}$$

$$(Q_1)_{in} = (Q_1)_{out}$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \qquad V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$$

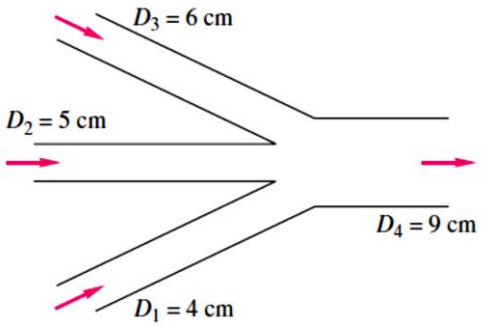
مثال ۱۲: خروجی آب از سه لوله که در یک نقطه به هم می‌رسند به لوله دیگری با قطر بزرگتر از سه لوله ورودی وارد شده و از آن لوله خارج می‌شود. دمای آب 20 °C و سرعت خروجی لوله دوم $V_2 = 5\ \frac{m}{s}$ و نرخ شار جریان در خروجی $Q_4 = 480\ \frac{m^3}{h}$ است. در صورتی که ۱۰ درصد افزایش در Q_4 با ۲۰ درصد افزایش در Q_3 جبران شود. V_1 و V_3 و V_4 را به دست آورید.

حل: با استفاده از رابطه ۱-۵۷ برای سه ورود و یک خروج خواهیم داشت:

$$(Q_1 + Q_2 + Q_3)_{in} = (Q_1)_{out}$$

$$(A_1 V_1 + A_2 V_2 + A_3 V_3)_{in} = (A_4 V_4)_{out}$$

ضمناً از فرض مسئله داریم:



$$0.1Q_4 = 0.2Q_3$$

$$Q_4 = 480\ \frac{m^3}{h}$$

ابتدا باید تمامی A مساحتها را به دست آوریم:

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi \times 6^2}{4} = 28.26\ cm^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi \times 5^2}{4} = 19.625\ cm^2$$

$$A_3 = \frac{\pi D_3^2}{4} = \frac{\pi \times 4^2}{4} = 12.56\ cm^2$$

$$A_4 = \frac{\pi D_4^2}{4} = \frac{\pi \times 9^2}{4} = 63.585\ cm^2$$
$$= 63.585 \times 10^{-4}\ m^2$$

سپس از $Q_4 = 480\ \frac{m^3}{h}$ و A_4، V_4 را محاسبه می کنیم.

$$Q_4 = 480\ \frac{m^3}{h} = A_4\ V_4$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{A_4} = \frac{480\frac{m^3}{h}}{63.585 \times 10^{-4} m^2} = 75489.5\ \frac{m}{h} = 75489.5\ \frac{m}{3600\ s} = 20.97\frac{m}{s}$$

از رابطه $0.1Q_4 = 0.2Q_3$ می توان V_3 را به دست آورد.

$$0.1Q_4 = 0.2A_3V_3$$

$$V_3 = \frac{0.1Q_4}{0.2A_3} = \frac{0.1 \times 480\ \frac{m^3}{h}}{0.2 \times 12.56\ cm^2} = \frac{0.1 \times 480\ \frac{m^3}{3600\ s}}{0.2 \times 12.56 \times 10^{-4}\ m^2} = 53.07\ \frac{m}{s}$$

از رابطه $(A_1V_1 + A_2V_2 + A_3V_3)_{in} = (A_4V_4)_{out}$ می توان V_1 را به دست آورد.

$$A_1V_1 + A_2V_2 + A_3V_3 = A_4V_4 = Q_4$$

$$V_1 = \frac{Q_4 - A_2V_2 - A_3V_3}{A_1} = \frac{480\frac{m^3}{3600\ s} - 19.625 \times 10^{-4} \times 5\ \frac{m}{s} - 12.56 \times\ 10^{-4} m^2 \times 53.07\ \frac{m}{s}}{28.26 \times 10^{-4}\ m^2}$$

$$= 20.12\ \frac{m}{s}\ \blacksquare$$

خط جریان یا خط مسیر لوله جریان

خط جریان خطی است که در هر نقطه داخل جریان بر بردار سرعت مماس باشد. در عرض خط جریان هیچ جریانی عبور نمی‌کند.

خطوط جریان توسط معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w} \qquad ۱-۵۹$$

که u، v و w مولفه‌های بردار سرعت در جهات x، y و z هستند. معادله فوق دو معادله مستقل است و هر خط پیوسته‌ای که در معادله فوق صدق کند، یک خط جریان است.

☜ **نکته**: با توجه به تغییر بردار سرعت $\boldsymbol{V}$ در یک نقطه، شکل خطوط جریان با زمان تغییر می‌کند.

☜ **نکته**: در یک جریان پایا، خطوط جریان منحنی‌های ثابتی هستند.

معادله ممنتوم (اندازه حرکت) یا ناویر ـ استوکس

با اعمال قانون دوم نیوتن بر المانی از سیال، با درنظر گرفتن نیروهای حجمی (ناشی از میدانهای جاذبه، مغناطیسی و الکتریکی) و سطحی (ناشی از نیروهای برشی، فشار هیدرواستاتیکی و تنشهای ناشی از لزجت که در حرکت سیال با گرادیان سرعت حاصل می‌شود) و با فرض اینکه *چگالی (ρ) ثابت بوده و لزجت (μ) از قانون لزجت نیوتن* پیروی کند، معادله ناویر ـ استوکس به فرم زیر حاصل می‌شود.

$$\rho\frac{D}{Dt}\boldsymbol{V}=-\nabla P+\mu\nabla^2\boldsymbol{V}+\rho\boldsymbol{g} \qquad ۱-۶۰$$

جمله اول سمت چپ: نرخ افزایش ممنتوم بر واحد حجم
جمله اول سمت راست: نرخ ممنتوم اضافه شده توسط انتقال ملکولی بر واحد حجم
جملات دوم راست: نرخ ممنتوم اضافه شده توسط جابجایی بر واحد حجم
جمله سوم راست: نشاندهنده نیروی خارجی وارد بر سیال بر واحد حجم

معادله برنولی

هرگاه شرایط زیر برای جریان برقرار باشد معادله اندازه حرکت به معادله برنولی تبدیل می‌شود:

۱. جریان غیر لزج باشد: یعنی ($\mu=0$)
۲. جریان پایا و در امتداد یک خط جریان بیان شود.

۳. دانسیته یا چگالی ثابت باشد.

۴. سیال تراکم ناپذیر باشد.

معادله برنولی به صورت مقابل به دست خواهد آمد $\frac{P}{\rho}+\frac{\boldsymbol{V^2}}{2}+gz=cte$ ۱-۶۱

معادله فوق به معادله برنولی معروف است و رابطه بین فشار، سرعت و ارتفاع را برقرار می‌کند.

معادله برنولی را می‌توان به دو صورت زیر نیز نوشت:

$$\frac{P}{\gamma}+\frac{\boldsymbol{V^2}}{2\mathrm{g}}+z=cte \qquad ۱-۶۲$$

و بر حسب وزن مخصوص

$$P+\frac{\rho\boldsymbol{V^2}}{2}+\gamma z=cte \qquad ۱-۶۳$$

$\frac{P}{\rho}$، $\frac{\boldsymbol{V^2}}{2}$ و gz به ترتیب نشان‌دهنده فشار ترمودینامیکی یا استاتیکی، فشار دینامیکی و فشار هیدرواستاتیکی هستند.

$\frac{P}{\gamma}$، $\frac{\boldsymbol{V^2}}{2\mathrm{g}}$ و z به ترتیب نشان‌دهنده هد فشار، هد سرعت و هد ارتفاع یا پتانسیل هستند.

هد کل عبارت است از: $H=\frac{P}{\gamma}+\frac{\boldsymbol{V^2}}{2\mathrm{g}}+z$ ۱-۶۴

توجه داشته باشید که هد (Head) انرژی با واحد ارتفاع است که مشخص کننده پتانسیل موجود در سیال است

☜**نکته**: معادله برنولی تنها در حالتی قابل استفاده است که نیروهای وارد بر سیال تنها نیروی وزن و نیروی فشار سیال باشد.

☜**نکته**: هرگاه در ناحیه‌ای تبدیل کار یا گرما در سیال صورت گیرد، معادله برنولی قابل استفاده نیست چون معمولاً ثابت معادله برنولی در طول خط جریان تغییر می‌کند.

برای مثال معادله برنولی را نمی‌توان بین دو نقطه ورودی و خروجی یک کمپرسور به کار برد چون پره‌های کمپرسور نیروهای اضافی دیگری بر سیال وارد می‌کنند.

☜**نکته**: معادله برنولی نشان می‌دهد که اگر دو نقطه دلخواه هم ارتفاع را در نظر بگیریم با افزایش فشار سرعت کاهش می‌یابد و برعکس.

☜**نکته**: ثابت معادله برنولی از یک خط جریان به خط دیگر تغییر می‌کند و هرگاه میدان جریان غیر چرخشی باشد(علاوه بر شرایط قبلی) این ثابت برای کلیه خطوط جریان مقدار ثابتی بوده و می‌توان معادله برنولی را بین هر دو نقطه دلخواه از جریان به کار برد.

نکته: هرگاه $M > 0.3$ (عدد ماخ) باشد. تراکم پذیری سیال باید منظور گردد و نمی‌توان معادله برنولی را به کار برد.

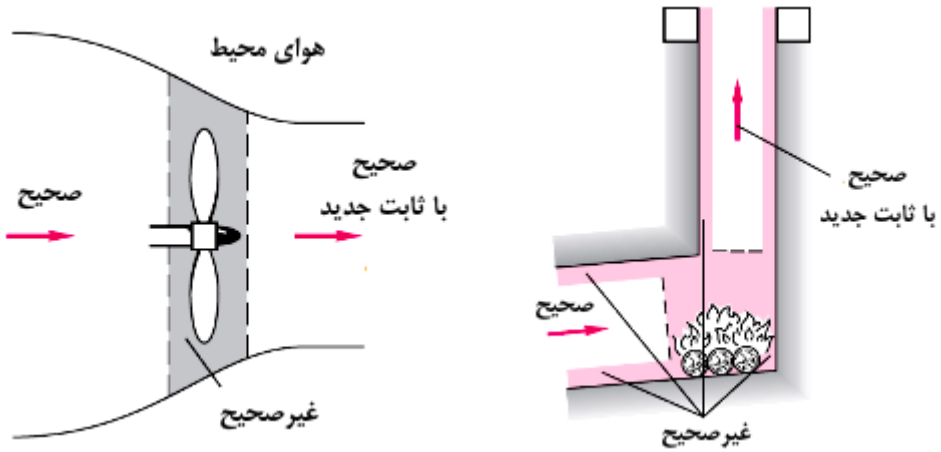
$$M = \frac{V}{C} \qquad ۱-۶۵$$

که در آن V سرعت سیال و C سرعت صوت است.

توجه داشته باشید که با توجه به اینکه معادله برنولی با انتگرالگیری از قانون دوم نیوتن برای ذره سیال حاصل شده است، می‌توان آن را برای هر چهارچوب مرجع اینرسی به کار برد.

روش استفاده از معادله برنولی برای حل مسائل بین دو نقطه از جریان سیال:

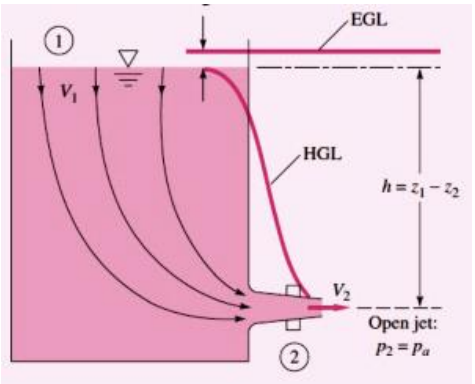
۱. دو نقطه‌ی دارای حداقل مجهولات را انتخاب می‌کنیم.
۲. برای سادگی محاسبات به خصوص در مورد مایعات از فشارهای نسبی استفاده می‌کنیم.
۳. در معادله برنولی از سرعت متوسط در یک مقطع استفاده می‌کنیم.
۴. اگر سرعت هر دو نقطه مجهول بود با استفاده از معادله پیوستگی سرعت دو نقطه را به هم مربوط می‌کنیم.
۵. اگر نقطه روی سطح آزاد یک سیال موجود در مخزن بزرگ باشد سرعت آن نقطه را صفر قرار می‌دهیم.
۶. فشار نسبی در جت سیال خروجی از یک وزنه را صفر در نظر می‌گیریم. دقت کنید که در جت خروجی از یک دریچه در کانال افقی نمی‌توان فشار را صفر در نظر گرفت و باید فشار هیدرواستاتیکی را منظور کنیم.



دو نقطه مورد قبول در استفاده از رابطه برنولی

مثال ۱۳: با استفاده از رابطه برنولی بین سرعت خروج سیال از نازل پایینی (V_2) و ارتفاع سطح آزاد تانک (h) رابطه‌ای به دست آورید. فرض کنید جریان بدون اصطکاک و ایستا است. (جواب: $V_2 \approx \sqrt{2gh}$)

حل:



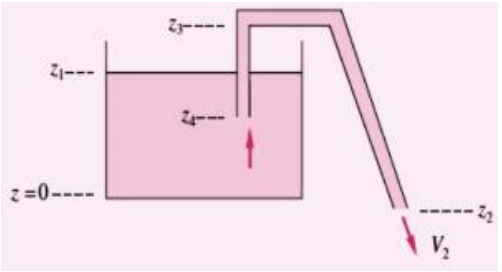
$$\frac{P}{\gamma} + \frac{\boldsymbol{V^2}}{2g} + z = cte$$

$$\frac{P_1}{\gamma_1} + \frac{\boldsymbol{V_1^2}}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma_2} + \frac{\boldsymbol{V_2^2}}{2g} + z_2$$

از آنجایی که در هر دو نقطه ۱ و ۲ فشار، برابر فشار جو می‌باشد لذا از طرفین رابطه حذف خواهد شد.

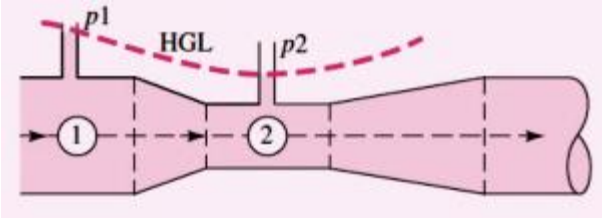
$$\frac{\boldsymbol{V_1^2}}{2g} = \frac{\boldsymbol{V_2^2}}{2g} + (z_1 - z_2)$$

مثال ۱۴: سیفون آبی را مطابق شک زیر در نظر بگیرید. با فرض اعتبار رابطه برنولی برای این سیفون الف) رابطه‌ای برای سرعت خروج آب از لوله این سیفون (V_2) بیابید. ب) در صورتی که در شکل زیر قطر لوله $D = 1\ cm$، $z_1 = 60\ cm$، $z_2 = -25\ cm$، $z_3 = 90\ cm$ و $z_4 = 35\ cm$ باشد. نرخ شارش جریان را برحسب $\frac{cm^3}{s}$ به دست آورید.(جواب الف) $V_2 \approx \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$ و ب) $Q = 321\ \frac{cm^3}{s}$)

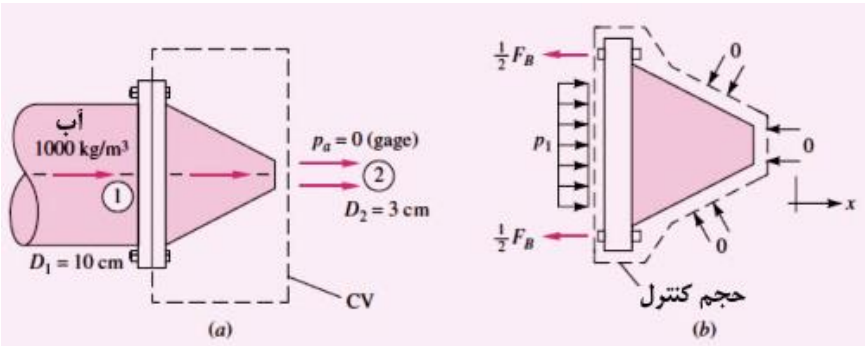


مثال ۱۵: شکل زیر را مشاهده کنید. با انقباض لوله در قسمت میانی (با عدد ۲ مشخص شده) افزایش سرعت و اختلاف فشار را خواهیم داشت. اختلاف فشار اندازه گیری نرخ شارش جریان در لوله است. سیستم نشان داده شده لوله ونتوری نام دارد. رابطه‌ای برای شار جرمی به صورت تابعی از اختلاف فشار به دست آورید.

(جواب: $\dot{m} = A_2(\frac{2\rho\Delta P}{1-\beta^4})^{1/2}$)



تمرین ۳: یک شیلنگ آتش نشانی به قطر لوله $10\ cm$ که به یک نازل به قطر خروجی $3\ cm$ متصل شده است مطابق شکل زیر آب را با دبی حجمی $1.5\ \frac{m^3}{min}$ تخلیه می‌کند. با فرض اینکه جریان بدون اصطکاک باشد. نیرویی F_B را که پیچ و مهره‌ها برای نگه داشتن فلنج بر روی نازل تحمل می‌کنند را به دست آورید. (جواب: $F_B = 4067\ N$)



فصل دوم: جریان سیالات حقیقی

آنالیز ابعادی و تشابه

در علم مکانیک سیالات اغلب پدیده‌ها به متغیرهای زیادی وابسته‌اند و تجزیه و تحلیل آنها با استفاده از اندازه نمونه اصلی و این تعداد متغیرها کار پر هزینه و وقت‌گیری است که این مشکل با استفاده از آنالیز ابعادی حل شده است. بدین ترتیب که به جای استفاده از تک تک متغیرها، اعداد بدون بعد مربوطه را به دست آورده و از آنها استفاده می‌کنیم و در نتیجه تعداد متغیرها کاهش می‌یابد.

چهار بعد اصلی در مکانیک سیالات عبارتند از: جرم (M)، طول (L)، زمان (t) و درجه حرارت (T)

نیروهای مهم در مکانیک سیالات

در زیر نیروهای مهم در مکانیک سیالات را بیان کرده و اعداد بدون بعد را که معمولاً از تناسب بین دو نیرو می‌باشند را تعریف می‌کنیم:

جدول ۱: نیروهای مهم در مکانیک سیالات

ردیف	نام نیرو	رابطه نیرو	دیمانسیون ابعادی
۱	نیروی فشاری	$F_P = \Delta P.A$	$\sim \Delta P L^2$
۲	نیروی اینرسی	$F_I = mV.\frac{dV}{ds}$	$\sim \rho L^2 V^2$
۳	نیروی لزجی	$F_\mu = \tau A$	$\sim \mu L V$
۴	نیروی وزن	$F_g = mg$	$\sim \rho L^2 \mathrm{g}$
۵	نیروی تراکم پذیری	$F_B = E_V A$	$\sim \rho C^2 L$
۶	نیروی کشش سطحی	$F_\sigma = \sigma L$	
۷	نیروی سانتریفیوژ	$F_\omega = mr\omega^2$	$\sim \rho L^4 \omega^2$

اعداد بی بعد

۱-۵	$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجی}}$	عدد رینولدز	$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$
۲-۵	$Pr = \frac{\text{پخش اندازه حرکت}}{\text{پخش گرمایی}}$	عدد پرانتل	$Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$
۳-۵	$Nu = \frac{\text{انتقال حرارت جابجایی}}{\text{انتقال حرارت رسانشی}}$	عدد ناسلت	$Nu = \frac{hD_h}{k}$
۴-۵	$M = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی تراکم پذیری}}$	عدد ماخ	$M = \frac{V}{C}$

نکاتی در رابطه با استفاده از اعداد بدون بعد

۱. برای جریان داخل لوله‌ها عدد رینولدز مهم است.
۲. برای جریان تراکم‌پذیر عدد ماخ مهم است.
۳. برای جریانهای لزج دارای سرعت پایین و بدون سطح آزاد عدد رینولدز مهم است.
۴. اهمیت نیروی وزن و نیروی کشش سطحی برای جریان داخل لوله ناچیز است.
۵. در لایه مرزی نیروهای لزجی و اینرسی دارای اهمیت هستند.

مثال ۱: مقدار دبی جرمی هوا از داخل لوله به قطر $2.54\ cm$ معادل $0.06441\ \frac{kg}{s}$ است. بر اساس اصول تشابه جریان (پارامتر تشابه: عدد رینولدز) سرعت آب در لوله‌ای به قطر $10.16\ cm$ معادل چند $\frac{m}{s}$ خواهد بود؟ (جواب: $0.1577\ \frac{m}{s}$)

($\mu_{air} = 0.00018\ pa.s$، $\rho_{air} = 1.225\ \frac{kg}{m^3}$ و $\mu_{Water} = 0.000891\ pa.s$، $\rho_{Water} = 997\ \frac{kg}{m^3}$)

جریانهای آرام و درهم در داخل لوله ها

در این فصل پس از تعریف اعداد بی بعد به سراغ جریان داخلی تراکم ناپذیر و لزج خواهیم رفت. همانگونه که پیشتر گفته شد در یک طبقه‌بندی جریان سیالات، طبقه‌بندی آن از نظر آرام بودن یا مغشوش بودن(درهم بودن) است که در این جریانها معرفی می‌شوند:

نحوه حرکت سیال در جریان آرام

در جریان آرام حرکت هر ذره از سیال در امتداد مسیر مشخصی است و این مسیرها منظم و هموار هستند. لایه‌های سیال بدون اینکه گردابه‌ای ایجاد شود به آرامی بر روی هم می‌لغزند. چنانچه پیشتر هم اشاره شد در این نوع جریان قانون لزجت نیوتن صادق است.

$$\tau_{lam} = \mu \frac{du}{dy} \qquad ۵-۵$$

نحوه حرکت سیال در جریان مغشوش (درهم)

در جریان درهم مسیر حرکت ذرات سیال بسیار نامنظم است و گردابه‌ها تشکیل شده و در همه جهات و همه زوایا نسبت به خط جریان حرکت می‌کنند و باعث انتقال ممنتوم از یک ناحیه به ناحیه دیگر می‌شوند.

☜ **نکته**: تنشهای برشی و تلفات در جریان درهم بیشتر از جریان آرام است.

برای جریان درهم نیز می‌توان قانونی شبیه به قانون لزجت نیوتن نوشت:

$$\tau_{turb} = \eta \frac{du}{dy} \qquad ۶-۵$$

که η را لزجت گردابی می‌نامیم که نشاندهنده شدت انتقال ممنتوم از نقاط پر سرعت به نقاط کم سرعت است.

پیشتر اشاره گردید که لزجت μ تنها یک خاصیت سیال است ولی لزجت گردابی فقط خاصیت سیال نیست بلکه به درهم بودن جریان و چگالی سیال هم بستگی دارد یا به عبارت دیگر تابع شرایط محلی جریان است.

اگر لزجت سیال و درهمی جریان هر دو در ایجاد جریان برشی مؤثر باشند می‌توان نوشت:

$$\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb} = (\mu + \eta) \frac{du}{dy} \qquad ۷-۵$$

توجه داشته باشید که لزجت گردابی سینماتیک $\varepsilon = \frac{\eta}{\rho}$ صرفاً خاصیت سیال است.

جریان در داخل لوله ها

جریانهای آرام و درهم

برای اینکه نوع جریان از نظر آرام یا درهم بودن مشخص شود از عدد بی‌بعد رینولدز استفاده می‌شود که به شکل زیر تعریف می‌شود:

ρ = چگالی سیال

V_{avg} = سرعت متوسط جریان

D = قطر لوله

μ = لزجت سیال

ν = لزجت سینماتیک سیال

$$Re = \frac{\rho V_{avg} D}{\mu} = \frac{V_{avg} D}{\nu} \qquad Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجی}} \qquad (۵-۸)$$

☜ **نکته**: برای رینولدز بالا، نیروی اینرسی نیروی حاکم بر جریان است و برای رینولدز پایین نیروی لزجت نیروی حاکم بر جریان است. برای تعیین آرام و درهم بودن جریان داخل لوله‌ها داریم:

$Re \le 2300$ جریان آرام (۵-۹)

$2300 \le Re \le 4000$ جریان گذرا (۵-۱۰)

$Re \ge 4000$ جریان درهم (۵-۱۱)

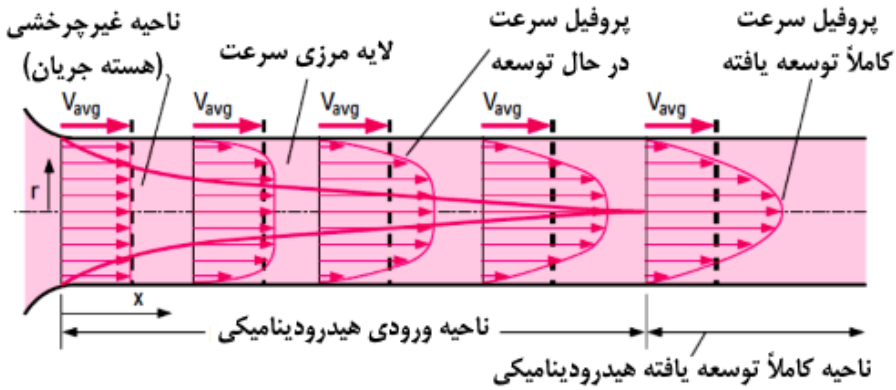
سرعت بحرانی: سرعتی است که در مقادیر سرعت کمتر از آن می‌توان از تأثیرات درهمی در برابر لزجت صرفنظر نمود.

$$Re_c = 2300 \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho V_c D}{\mu} = 2300 \quad \Rightarrow \quad V_c = \frac{2300\mu}{\rho D} \qquad (۵-۱۲)$$

جریان کاملاً توسعه یافته

مطابق شکل زیر جریان در ناحیه ورودی یک لوله را درنظر می‌گیریم. در ورودی لوله سرعت یکنواخت است. با توجه به اصل عدم لغزش، سرعت سیال در دیواره لوله در کل مسیر برابر صفر است. دیواره لوله یک نیروی برشی اعمال می‌کند که در نتیجه آن سرعت جریان در کنار سطح کاهش پیدا می‌کند. کاهش سرعت و کند شدن جریان از محور مرکزی تا خط مرزی لوله ادامه می‌یابد.

ناحیه ورودی: ناحیه‌ای است که از ورودی لوله لوله شروع شده و تا نقطه‌ای که لایه‌های مرزی در مرکز لوله به هم می‌رسند ادامه می‌یابد. طول این ناحیه را طول ورودی می‌نامیم.



شکل ۵-۱ : نواحی مختلف جریان در داخل لوله و ناحیه ورودی لوله

ناحیه پس از ناحیه ورودی را ناحیه کاملاً توسعه یافته می‌نامیم. در این ناحیه توزیع سرعت تثبیت می‌شود.

طول ناحیه ورودی (L) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L_{h,lam} \cong 0.05DRe$$ جریان آرام ۱۳-۵

طول ناحیه ورودی در جریان درهم بسیار کوتاهتر از جریان آرام است.

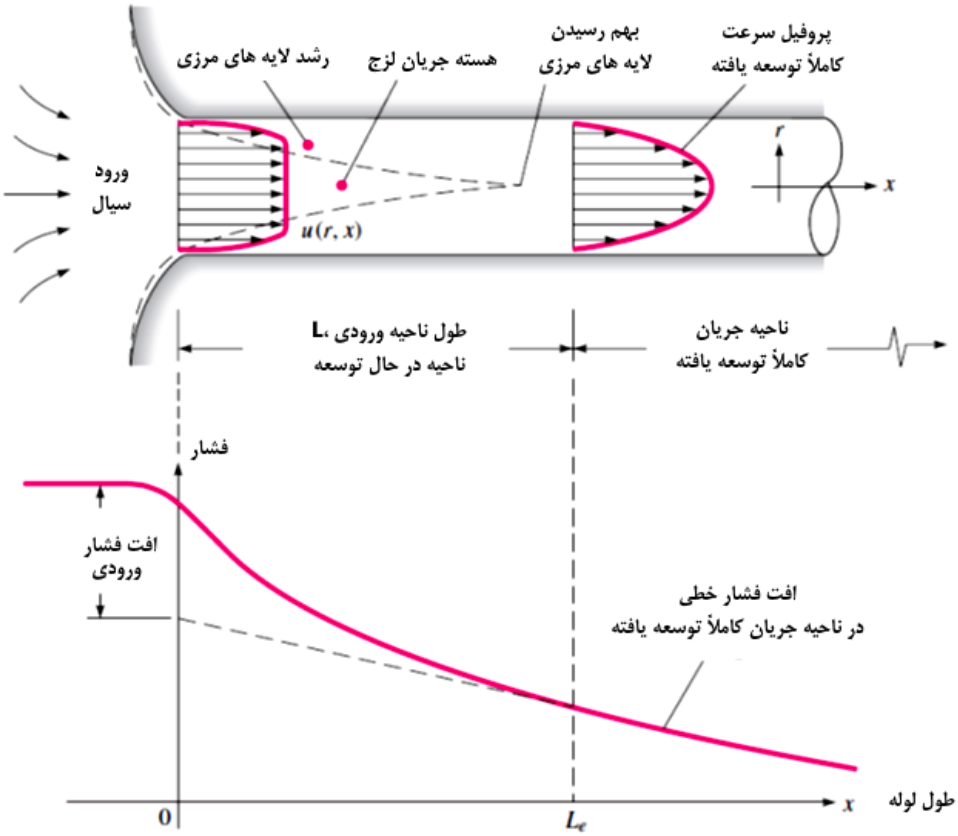
برای جریان درهم می‌توان از معادله زیر استفاده کرد:

$$L_{h,turb} = 1.359DRe^{1/4}$$ جریان درهم ۱۴-۵

$$L_{h,turb} \approx 10D$$

خواص ناحیه کاملاً توسعه یافته

۱. در این ناحیه توزیع سرعت یک بعدی بوده و مؤلفه شعاعی آن صفر است.
۲. گرادیان سرعت محوری صفر است. $\frac{\partial V_x}{\partial x} = 0$
۳. ضریب اصطکاک و $\frac{dp}{dx}$ ثابت است.



شکل ۲: نواحی مختلف جریان در داخل لوله و نمودار فشار در مقاطع مختلف جریان

☜**نکته**: پروفیل سرعت جریان آرام در داخل لوله سهمی شکل است و پروفیل تنش در داخل لوله برای جریان آرام و درهم خطی است.

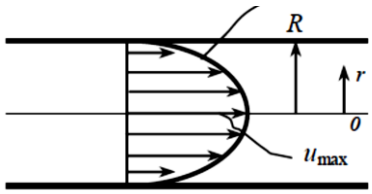
معادله پروفیل سرعت در لوله به صورت زیر است:

$$u(r) = 2V_{avg}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad ۱۵\text{-}۵$$

بیشینه مقدار سرعت جریان سیال در خط مرکزی جریان رخ می‌دهد و مقدار آن به ازاء $r = 0$ به مقدار زیر به دست می‌آید:

$$u_{max} = 2V_{avg} \qquad ۱۶\text{-}۵$$

تمرین ۱: در یک جریان آرام کاملاً توسعه یافته در یک لوله با مقطع دایره‌ای سرعت در فاصله $\frac{R}{2}$ از خط مرکزی لوله (در فاصله مساوی بین دیواره لوله و خط مرکزی لوله) برابر $6\ \frac{m}{s}$ است. مقدار سرعت جریان در راستای خط مرکزی لوله را به دست آورید. (جواب: $u_{max} = 8\ \frac{m}{s}$)



تعیین افت فشار در لوله

برای تعیین افت فشار ناشی از اصطکاک در جریان سیال تراکم ناپذیر، پایا و توسعه یافته از معادله زیر که به معادله دارسی ـ ویسباخ معروف است استفاده می‌شود:

$$\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{avg}^2}{2} \qquad ۱۷\text{-}۵$$

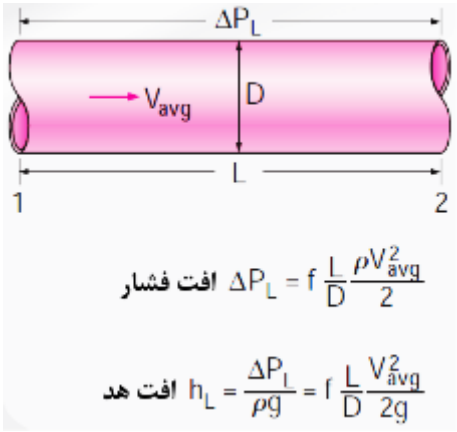
f = ضریب اصطکاک دارسی سیال

V_{avg} = سرعت متوسط جریان

D = قطر لوله

L = طول لوله

ρ = چگالی سیال



☜ **نکته**: معادله دارسی ـ ویسباخ برای هر دو رژیم جریان آرام و درهم قابل استفاده است.

☜ **نکته**: معادله دارسی ـ ویسباخ را می‌توان برای هر مجرایی (دایروی و غیردایروی) به کار برد.

☜ **نکته**: ضریب اصطکاک در حالت کلی تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی است. ($f = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$)

در جریان آرام ضریب اصطکاک تنها تابع عدد رینولدز است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{avg}} = \frac{64}{Re} \qquad ۱۸-۵$$

افت هد

میزان ارتفاعی را که یک سیال به وسیله یک پمپ نیاز دارد تا با غلبه بر افت‌های اصطکاکی به آن ارتفاع برسد را افت هد می‌گویند.

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V_{avg}^2}{2g} \qquad ۱۹-۵$$

مثال ۲: جریانی از روغن ($\nu = 10^{-5}\ \frac{m^2}{s}$) به میزان $140\ \frac{lit}{s}$ از داخل یک لوله صاف به طول $200\ m$ و قطر $200\ mm$ عبور می‌نماید. افت بار انرژی در این حالت چند متر روغن است؟ (جواب: $h_L = 18.56\ m$)
کمیتهای موردنیاز ($\pi = 3.14$، $g = 9.8\ \frac{m}{s^2}$ و $f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$)

میزان توان پمپی را که نیاز است تا بر افت فشار غلبه کند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{W}_{Pump,L} = Q\Delta P_L = Q\rho g h_L = \dot{m} g h_L \qquad ۲۰-۵$$

سرعت جریان آرام در یک لوله افقی

$$V_{avg} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L} = \frac{(P_1 - P_2)D^2}{32\mu L} = \frac{\Delta P D^2}{32\mu L} \qquad ۲۱-۵$$

دبی حجمی جریان آرام در یک لوله افقی (قانون پوازی)

$$Q = A_c V_{avg} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L}\pi R^2 = \frac{(P_1 - P_2)\pi D^4}{128\mu L} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128\mu L} \qquad ۲۲-۵$$

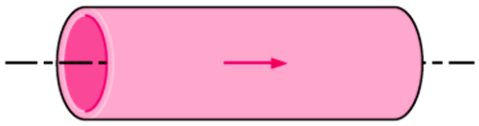
افت فشار کل (ΔP) برابر است با افت فشار اصطکاکی (ΔP_L) در حالتی که لوله افقی باشد، ولی این لزوماً برای حالاتی که در آن لوله به صورت شیبدار باشد و یا لوله‌های با سطح مقطع متفاوت وجود داشته باشد صحیح نیست.

این موضوع با نوشتن معادله انرژی در حالت ایستا و برای جریان سیال یک بعدی و غیرقابل تراکم برحسب هد، نمایش داده می‌شود:

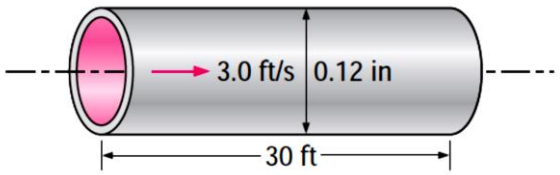
$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{\boldsymbol{V_1}^2}{2g}+z_1+h_{Pump,u}=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{\boldsymbol{V_2}^2}{2g}+z_2+h_{turbine,e}+h_L \qquad ۲۳\text{-}۵$$

$$\Delta P=P_1-P_2=\frac{\rho(V_2^2-V_1^2)}{2}+\rho g\left[(z_2-z_1)+h_{turbine,e}-h_{Pump,u}+h_L\right] \qquad ۲۴\text{-}۵$$

مثال ۳: روغن در دمای $20\ ^\circ C$ (با چگالی $\rho=888\ \frac{kg}{m^3}$ و لزجت $\mu=0.800\ \frac{kg}{m.s}$) در حالت پایا در لوله‌ای به قطر $5\ cm$ و طول $40\ m$ مطابق شکل زیر جریان می‌یابد. فشار در دهانه ورودی و خروجی لوله به ترتیب $745\ kpa$ و $97\ kpa$ است. نرخ جریان(دبی حجمی) روغن در لوله با فرض اینکه لوله به صورت افقی قرار دارد را به دست آورید. نشان دهید که نوع جریان آرام است. (جواب: $Q=0.00311\ \frac{m^3}{s}$ و $Re=87.9$)



مثال ۴: آب در دمای $40\ ^\circ F$ (با چگالی $\rho=62.42\ \frac{lbm}{ft^3}$، لزجت $\mu=1.038\times10^{-3}\ \frac{lbm}{ft.s}$ و $g=32.2\ \frac{ft^2}{s}$) در حالت پایا در لوله‌ای به قطر $0.01\ ft$ و طول $30\ ft$ مطابق شکل زیر جریان می‌یابد. سرعت میانگین جریان درون لوله $V_{avg}=3\ \frac{ft}{s}$ است. الف) افت هد را محاسبه کنید. ب) افت فشار را محاسبه کنید. ج) میزان توان پمپ مورد نیاز برای غلبه بر این میزان افت فشار را تعیین کنید. (جواب: الف) $h_L=14.9\ ft$ و ب) $\Delta P=929\ \frac{lbf}{ft^2}$ و ج) $\dot{W}_{Pump,L}=0.3\ w$)



افت های موضعی

در بخش قبلی افت اصطکاکی به طور اجمالی مورد بررسی قرار گرفت. در اینجا افت‌های موضعی ایجاد شده در سیستم را مورد مطالعه قرار می‌دهیم: افت‌های موضعی به دلایل زیر ایجاد می‌شوند:

۱. ورودی یا خروجی لوله

۲. انبساط یا انقباض ناگهانی
۳. وجود زانویی‌ها، شیرها و ...
۴. انبساط یا انقباض تدریجی مقطع

تلفات موضعی یا فرعی را می‌توان با معادله کلی زیر بیان کرد:

$$h_L = k\frac{V^2}{2g}$$

$k = \varphi\left(Re, \text{هندسه}\right) =$ ضریب افت
$V =$ سرعت متوسط جریان در مقطعی که تحت تأثیر افتهای هد قرار نمی‌گیرد

۲۵-۵

نکته: اگر سرعت متوسط جریان بالادست و پایین دست متفاوت باشند معمولاً بیشترین سرعت جریان مورد استفاده قرار می‌گیرد.

طول معادل: هرگاه بخواهیم با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ تلفات موضعی را به صورت افت در یک طول معادل از لوله بیان کنیم از معادله زیر استفاده می‌کنیم:

$$L_e = k\frac{d}{f}$$

$k = k_1 + k_2 + \cdots =$ مجموع ضریب افتها
$d =$ قطر لوله معادل
$f =$ ضریب اصطکاک لوله معادل

۲۶-۵

مثال ۵ : مجموع طول معادل از یک لوله به قطر $0.5\ m$ و ضریب اصطکاک $f = 0.02$ برای یک زانو $(k = 0.9)$، یک شیر توپی $(k = 10)$ و یک شیر دروازه‌ای $(k = 0.7)$ برابر چند متر است؟ (جواب: $290\ m$)

برای یک سیستم تک لوله‌ای با قطر ثابت، تلفات کل را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$h_{total} = h_f + (h_{L1} + h_{L2} + \cdots) = (\frac{fl}{d} + (k_1 + k_2 + \cdots))\frac{V^2}{2g}$$

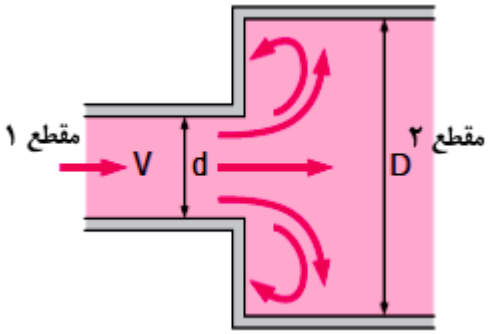
۲۷-۵

نکته: معمولاً اگر خط لوله طولانی بوده به طوریکه $\frac{L}{d} > 2000$ باشد به شرط اینکه دریچه شیرهای موجود در مسیر تنگ نباشد می‌توان از تلفات موضعی صرفنظر نمود.

تلفات ناشی از انبساط ناگهانی

مطابق شکل مقابل انبساط از مقطع ۱ به ۲ را در نظر بگیرید.

تلفات مربوط به این سیستم به صورت زیر است:



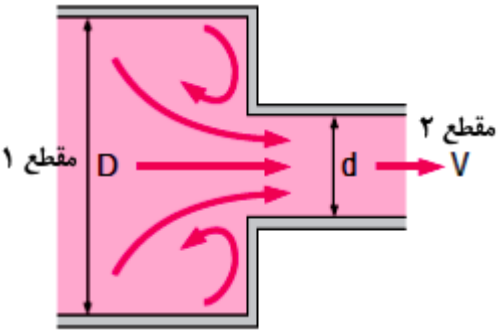
$$h_L = k_L \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \qquad ۲۸\text{-}۵$$

$$k_L = (1 - \frac{A_1}{A_2})^2 = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2 \qquad ۲۹\text{-}۵$$

تلفات ناشی از انقباض ناگهانی

مطابق شکل مقابل انقباض از مقطع ۱ به ۲ را در نظر بگیرید.

تلفات مربوط به این سیستم به صورت زیر است:



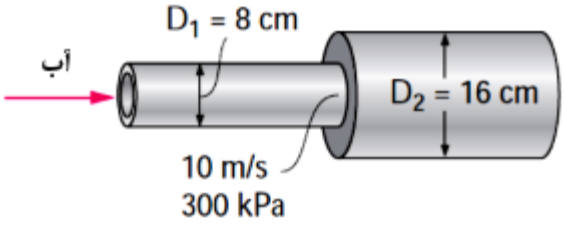
$$h_L = k_L \frac{V_2^2}{2g} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \qquad ۳۰\text{-}۵$$

$$k_L = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 = \left[\left(\frac{1}{C_c}\right) - 1\right]^2 \qquad ۳۱\text{-}۵$$

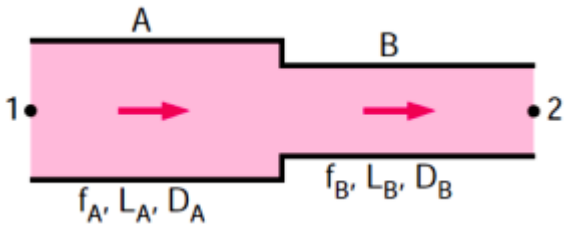
$$C_c = \frac{A_1}{A_2} = \text{ضریب انقباض} \qquad ۳۲\text{-}۵$$

در حالت خاص ورود جریان از یک مخزن به لوله داریم: $\frac{A_2}{A_1} \approx 0$. در این حالت ضریب افت به شدت تابع شکل هندسی ناحیه ورودی است.

مثال ۶: یک لوله افقی دارای یک انبساط ناگهانی از قطر $D_1 = 8\ cm$ به قطر $D_2 = 16\ cm$ می‌باشد. سرعت آب در قسمت باریکتر $V_1 = 10\ \frac{m}{s}$ و فشار در همین قسمت برابر $P_1 = 100\ kPa$ می‌باشد. شارش جریان به صورت مغشوش است. الف) سرعت جریان در خروجی را محاسبه کنید. ب) افت هد ناشی از این انبساط ناگهانی را به دست آورید. ج) فشار در خروجی را محاسبه کنید. (جواب: الف) $V_2 = 2.5\ \frac{m}{s}$، ب) $h_L = 2.87\ m$ و ج) $P_2 = 347\ kPa$)



تمرین ۲: مثال فوق را در صورتی که جریان از سمت راست (قسمت پهن لوله) وارد شود و سرعت آن در قسمت پهن، $V_A = 2.5\ \frac{m}{s}$ و فشار $P_A = 347\ kPa$ باشد حل کنید. الف) سرعت جریان در خروجی ب) افت هد ناشی از انقباض ناگهانی ج) فشار در خروجی



ضربه قوچ

هرگاه سرعت مایع درون لوله به طور ناگهانی تغییر کند تغییر ناگهانی در فشار ایجاد می‌شود که به شکل یک موج فشاری در طول لوله حرکت می‌کند و باعث افزایش یا کاهش شدید فشار می‌شود که به این پدیده ضربه قوچ گفته می‌شود.

تغییر ناگهانی سرعت مایع در داخل لوله می‌تواند ناشی از بسته شدن ناگهانی شیر موجود در مسیر جریان باشد.

یک لوله به طول L را در نظر می‌گیریم که یک طرف آن به یک مخزن بزرگ متصل است و در انتهای طرف دیگر آن شیر باز قرار دارد و جریان دائمی برقرار است. با بسته شدن ناگهانی شیر یک موج فشاری ایجاد می‌شود که با سرعت a به سمت شیر حرکت می‌کند. هرگاه t_c زمان بسته شدن شیر باشد. داریم:

$t_c < \frac{2L}{a} \quad \Rightarrow$ بسته شدن شیر سریع است.

$t_c > \frac{2L}{a} \quad \Rightarrow$ بسته شدن شیر آهسته است.